

# Гамма-функция

Определение:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-v} v^{z-1} dv$$

Частные значения:

$$\Gamma(1) = \Gamma(2) = 1$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{\pi}$$

Для  $n = 1, 2, 3, \dots$  ( $n$  – натуральное число):

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^n} (2n-1)!!$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2} - n\right) = (-1)^n \frac{2^n \sqrt{\pi}}{(2n-1)!!}$$

где

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot N, \quad 0! = 1$$

$$n!! = \begin{cases} 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N & \text{при } N \text{ нечетном} \\ 2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot N & \text{при } N \text{ четном} \end{cases}$$

\*\*\*

## Важный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

## Литература

Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962.